**Университет ИТМО**

**Физико-технический мегафакультет Физический факультет**

|  |  |
| --- | --- |
| Группа M3201 | К работе допущен |
| Студенты Ткачук С.A. и Чуб Д.О. | Работа выполнена |
| Преподаватель Шоев В.И. | Отчет принят |

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.01

Исследование распределения случайной величины

1. **Цель работы**

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

1. **Задачи, решаемые при выполнении работы**

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.

2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.

3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.

4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

1. **Объект исследования**

Случайная величина

1. **Метод экспериментального исследования**

Многократное измерение заданного интервала времени при помощи электронного секундомера

1. **Рабочие формулы и исходные данные**

Опытное значение плотности вероятности ( – общее количество измерений, – ширина интервала, – количество результатов, попавших в интервал )

(1)

Выборочное значение среднего ( – общее количество измерений, – значение случайной величины)

(2)

Выборочное среднеквадратичное отклонение ( – общее количество измерений, – значение случайной величины, - выборочное значение среднего)

(3)

Максимальное значение плотности распределения ( – среднеквадратичное отклонение)

(4)

Плотность нормального распределения ( – среднеквадратичное отклонение, – математическое ожидание)

(5)

Среднеквадратичное отклонение среднего значения ( – общее количество измерений, – значение случайной величины, - выборочное значение среднего)

(6)

Ширина доверительного интервала ( – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности , - среднеквадратичное отклонение среднего значения)

(7)

Абсолютная погрешность ( – измеряемая величина, – случайная погрешность, – инструментальная погрешность)

(8)

Случайная погрешность ( – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности , - среднеквадратичное отклонение среднего значения)

(9)

Относительная погрешность (- абсолютная погрешность, – истинное значение величины)

(10)

1. **Измерительные приборы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Наименование* | *Тип прибора* | *Используемый диапазон* | *Погрешность прибора* |
| *1* | Механический секундомер | Механический | 5 с | 0.1 с |
| *2* | Электронный секундомер | Электронный | 5 с | 0.01 с |

1. **Схема установки**

2

1

Изображение выглядит как часы, Измерительный инструмент, Карманные часы, измерительный прибор

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, круг, зарисовка, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Рис. 1**: схема установки: 1 – механический секундомер, 2 – электронный секундомер

1. **Результаты прямых измерений и их обработки**

Мы провели измерений промежутка времени в 5 секунд и результаты занесли во второй столбец **Таблицы 1**.

**Таблица 1**: Результаты прямых измерений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |
| 1 | 4,60 | -0,40 | 0,16 |
| 2 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 3 | 4,78 | -0,22 | 0,05 |
| 4 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 5 | 4,87 | -0,13 | 0,02 |
| 6 | 5,07 | 0,07 | 0,00 |
| 7 | 5,15 | 0,15 | 0,02 |
| 8 | 4,78 | -0,22 | 0,05 |
| 9 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 10 | 4,93 | -0,07 | 0,00 |
| 11 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 12 | 4,81 | -0,19 | 0,04 |
| 13 | 5,16 | 0,16 | 0,03 |
| 14 | 5,06 | 0,06 | 0,00 |
| 15 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 16 | 5,16 | 0,16 | 0,03 |
| 17 | 4,94 | -0,06 | 0,00 |
| 18 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 19 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 20 | 4,90 | -0,10 | 0,01 |
| 21 | 4,78 | -0,22 | 0,05 |
| 22 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 23 | 4,93 | -0,07 | 0,00 |
| 24 | 4,81 | -0,19 | 0,04 |
| 25 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 26 | 4,90 | -0,10 | 0,01 |
| 27 | 4,66 | -0,34 | 0,12 |
| 28 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 29 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 30 | 5,09 | 0,09 | 0,01 |
| 31 | 5,19 | 0,19 | 0,04 |
| 32 | 4,78 | -0,22 | 0,05 |
| 33 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 34 | 5,09 | 0,09 | 0,01 |
| 35 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 36 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 37 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 38 | 4,93 | -0,07 | 0,00 |
| 39 | 4,91 | -0,09 | 0,01 |
| 40 | 5,44 | 0,44 | 0,19 |
| 41 | 4,91 | -0,09 | 0,01 |
| 42 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 43 | 4,94 | -0,06 | 0,00 |
| 44 | 4,96 | -0,04 | 0,00 |
| 45 | 4,96 | -0,04 | 0,00 |
| 46 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 47 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 48 | 4,88 | -0,12 | 0,01 |
| 49 | 4,66 | -0,34 | 0,12 |
| 50 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 51 | 5,32 | 0,32 | 0,10 |
| 52 | 5,09 | 0,09 | 0,01 |
| 53 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 54 | 5,06 | 0,06 | 0,00 |
| 55 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 56 | 4,94 | -0,06 | 0,00 |
| 57 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 58 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 59 | 4,78 | -0,22 | 0,05 |
| 60 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 61 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 62 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 63 | 4,90 | -0,10 | 0,01 |
| 64 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 65 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
| 66 | 5,09 | 0,09 | 0,01 |
| 67 | 4,82 | -0,18 | 0,03 |
| 68 | 4,93 | -0,07 | 0,00 |
| 69 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 70 | 5,10 | 0,10 | 0,01 |
| 71 | 4,81 | -0,19 | 0,04 |
| 72 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 73 | 5,04 | 0,04 | 0,00 |
| 74 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 75 | 5,06 | 0,06 | 0,00 |
| 76 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 77 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 78 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 79 | 5,10 | 0,10 | 0,01 |
| 80 | 5,25 | 0,25 | 0,06 |
| 81 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 82 | 4,90 | -0,10 | 0,01 |
| 83 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 84 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 85 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 86 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 87 | 4,97 | -0,03 | 0,00 |
| 88 | 4,81 | -0,19 | 0,04 |
| 89 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 90 | 4,91 | -0,09 | 0,01 |
| 91 | 5,13 | 0,13 | 0,02 |
| 92 | 5,06 | 0,06 | 0,00 |
| 93 | 5,03 | 0,03 | 0,00 |
| 94 | 5,12 | 0,12 | 0,01 |
| 95 | 4,81 | -0,19 | 0,04 |
| 96 | 5,16 | 0,16 | 0,03 |
| 97 | 5,16 | 0,16 | 0,03 |
| 98 | 5,07 | 0,07 | 0,00 |
| 99 | 5,09 | 0,09 | 0,01 |
| 100 | 5,00 | 0,00 | 0,00 |
|  |  |  |  |

Среди полученных результатов найдем минимальный и максимальный :

Промежуток разобьем на равных интервалов . должно быть целым, близким к

(𝑁 - полное число измерений). У нас 𝑁 равно 100, значит возьмем равным 10, а =

Границы выбранных интервалов занесем в первый столбец **Таблицы 2**.

**Таблица 2**: Данные для построения гистограммы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Границы интервалов, с |  |  |  |  |
| 4,600 | 3 | 0,36 | 4,64 | 0,07 |
| 4,684 |
| 4,684 | 0 | 0,00 | 4,73 | 0,36 |
| 4,768 |
| 4,768 | 11 | 1,31 | 4,81 | 1,06 |
| 4,852 |
| 4,852 | 13 | 1,55 | 4,89 | 2,15 |
| 4,936 |
| 4,936 | 27 | 3,21 | 4,98 | 3,03 |
| 5,020 |
| 5,020 | 24 | 2,86 | 5,06 | 2,76 |
| 5,104 |
| 5,104 | 18 | 2,14 | 5,15 | 1,58 |
| 5,188 |
| 5,188 | 2 | 0,24 | 5,23 | 0,64 |
| 5,272 |
| 5,272 | 1 | 0,12 | 5,31 | 0,18 |
| 5,356 |
| 5,356 | 1 | 0,12 | 5,40 | 0,03 |
| 5,440 |

Для каждого интервала посчитаем число результатов из **Таблицы 1** , попавших в этот интервал, и занесем полученные значения во второй столбец **Таблицы 2**.

Затем вычислим опытное значение плотности вероятности по формуле (1) и занесем в третий столбец **Таблицы 2**.

Согласно полученным значениям плотности вероятности построим гистограмму:

**Рис. 1**: Гистограмма распредления случайной величины

1. **Расчет результатов косвенных измерений**

По данным **таблицы 1** вычисляем выборочное значение среднего по формуле (2):

По данным **таблицы 1** вычисляем выборочное среднеквадратичное отклонение по формуле (3):

Запишем полученные результаты в **таблицу 1**.

Вычислим максимальное значение плотности распределения , соответствующее , по формуле (4), и запишем в **таблицу 1**:

Найдем значения , соответствующие серединам выбранных ранее интервалов, занесем их в четвертый столбец **Таблицы 2**. Для этих значений, используя в качестве и параметры и , вычисляем по формуле (5):

Занесем эти значения в пятый столбец **Таблицы 2**. Нанесем точки, соответствующие полученным значениям , на график с гистограммой, и проведем плавную кривую:

**Рис. 2**: Гистограмма распределения случайной величины и график нормального распределения

**Таблица 3**: Стандартные доверительные интервалы

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Интервал, с | |  |  |  |
| от | до |
|  | 4,87 | 5,13 | 77 | 0,77 | 0,683 |
|  | 4,74 | 5,26 | 95 | 0,95 | 0,954 |
|  | 4,61 | 5,39 | 98 | 0,98 | 0,997 |

Проверим, насколько точно выполняется в наших опытах соотношение между приближенными значениями вероятностей , , и долями. Для этого вычислим границы интервалов :

Занесем полученные значения во 2-й и 3-й столбцы **Таблицы 3**.

По данным **Таблицы 1** подсчитаем количество измерений, попадающих в каждый из этих интервалов, и отношение этого количества к общему числу измерений, и занесем в **Таблицу 3**.

Сравним их с соответствующими нормальному распределению значениями 𝑃 вероятности, , . Можно заметить, что полученные значения приближенно равны значениям, соответствующим нормальному распределению, что показывает универсальность стандартных значений вероятности.

Рассчитаем среднеквадратичное отклонение среднего значения по формуле (6):

Найдем табличное значение коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности:

Найдем ширину доверительного интервала для измеряемого в работе промежутка времени по формуле (7):

Запишем доверительный интервал :

**10.** **Расчет погрешностей измерений**

Погрешность определения промежутка времени t связана со случайными отклонениями (время реакции) и погрешностью приборов. Поэтому для ее нахождения нужно вычислить абсолютную погрешность с учетом случайной погрешности и инструментальной погрешности .

Вычислим случайную погрешность по формуле (9):

Инструментальная погрешность равна 0.11 с (погрешность механического секундомера и электронного), тогда по формуле (8):

с

Вычислим относительную погрешность по формуле (10):

1. **Окончательные результаты.**

Конечный результат измерений с учетом погрешности имеет вид:

t = (5 0,078) c; ;.

1. **Выводы и анализ результатов работы.**

В ходе работы мы исследовали распределение случайной величины. Было проделано большое количество измерений (100), на их основе были построены гистограмма и график нормального распределения, которые почти полностью совпадают. Также мы получили небольшой доверительный интервал, что показывает большую точность исследований из-за множества проделанных измерений. Отсюда делаем вывод, что чем больше измерений мы проводим, тем точнее конечный результат и доверительный интервал меньше.